

Logaritmusos egyenletek

I. A felmérő eredményeit „megbeszéltük”. Még annyit tennék hozzá, hogy szeretném, ha a következő tanulók a további beadandó munkáikat nem ceruzával, hanem tollal írnák a láthatóság végett: Kristóf, Józsi, Peti

II. Bogi kérte a Zrínyi jegyet. A 4-est hamarosan beírom.

III. Senki nem szólt, hogy gondja lett volna az FGY/526. feladattal (ami 3 feladat volt), így nyargalunk tovább. Ami most jön, tulajdonképpen nem újdonság, továbbra is a logaritmusos azonosságokat kell alkalmazni nyakló nélkül, de ésszel.

CÍM: Logaritmusos egyenletek

Ez tulajdonképpen a szerdai dupla óra lenne. Célkitűzés: az FGY/527–532.e) feladatok megtárgyalása. Soknak tűnik, de az eleje könnyen fog menni. A következő feladatok feldolgozását úgy javaslom, hogy mindenki megpróbálja megoldani őket, és ha megakad, akkor megnézni a megoldást.

527.d)

527.d) $\log_{x-1} 3 = 2$

$3 = (x-1)^2$

$3 = x^2 - 2x + 1$

$0 = x^2 - 2x - 2$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$

$x_2 = 1 - \sqrt{3}$ nem megoldás, így $x = 1 + \sqrt{3}$

Additional conditions: $x-1 \neq 1 \wedge x-1 > 0$
 $x \neq 2 \wedge x > 1$

527.f)

$$527. f. \log_4(2 \log_3(1 + \log_2(1 + 3 \log_3 x))) = \frac{1}{2}$$

$$2 \log_3(1 + \log_2(1 + 3 \log_3 x)) = 2$$

$$\log_3(1 + \log_2(1 + 3 \log_3 x)) = 1$$

$$1 + \log_2(1 + 3 \log_3 x) = 3$$

$$\log_2(1 + 3 \log_3 x) = 2$$

$$1 + 3 \log_3 x = 4$$

$$3 \log_3 x = 3$$

$$\log_3 x = 1$$

$$x = 3^1$$

$$x = 3$$

528.c)

$$528. c) \log_2 \log_2 x = \log_2 3 + \log_2 4$$

$$\log_2 \log_2 x = \log_2 12$$

$$\log_2 x = 12$$

$$x = 2^{12}$$

529.b)

$x = 2$

529. b.1 $\log_{\frac{4}{3}} x - 5 \cdot \sqrt{\log_{\frac{4}{3}} x} + 4 = 0$ $t = \sqrt{\log_{\frac{4}{3}} x}$

($x > 0$) $t^2 - 5t + 4 = 0$ $4 = \sqrt{\log_{\frac{4}{3}} x}$ $1 = \sqrt{\log_{\frac{4}{3}} x}$

$(t-4)(t-1) = 0$ $16 = \log_{\frac{4}{3}} x$ $1 = \log_{\frac{4}{3}} x$

$t_1 = 4$ $x_1 = \frac{1}{3^{16}}$ $x_2 = \frac{1}{3}$

$t_2 = 1$

 visszahelyettesítéssel kapjuk,
 hogy ezek valóban megoldások

530.d)

530. d.1 $\log_2 x - 2 \log_3 x + \log_{\sqrt{2}} 2x = \frac{20}{3}$ ($x > 0$)

$\log_2 x - 2 \log_{2^{\frac{1}{3}}} x + \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2x = \frac{20}{3}$

$\log_2 x - \frac{2}{3} \log_2 x + 2 \log_2 2 + 2 \log_2 x = \frac{20}{3}$

$t = \log_2 x$ $t - \frac{2}{3}t + 2 \cdot 1 + 2t = \frac{20}{3}$ $| \cdot 3$

$3t - 2t + 6 + 6t = 20$

$8t = 14$

$t = 2$

$2 = \log_2 x$

$x = 4$

530.e)

$$530. e_1 \quad \log_{3x} \left(\frac{3}{x} \right) + \log_3^2 x = 1$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\log_{3x} 3 - \log_{3x} x + \log_3^2 x = 1$$

$$\frac{1}{\log_3 3x} - \frac{1}{\log_x 3x} + \log_3^2 x = 1$$

$$\frac{1}{\log_3 3 + \log_3 x} - \frac{1}{\frac{1}{\log_3 x} + \log_3 x} + \log_3^2 x = 1 \quad \log_3 x = t$$

$$\frac{1}{1+t} - \frac{1}{\frac{1}{t}+1} + t^2 = 1$$

$$\frac{1}{1+t} - \frac{t}{1+t} + t^2 = 1 \quad | \cdot (1+t)$$

$$\frac{1+t \neq 0}{t \neq -1}$$

~~$$1 - t + t^2 + t^3 = 1 + t$$~~

$$\log_3 x \neq -1$$

$$\underline{\underline{x \neq \frac{1}{3}}}$$

$$t^3 + t^2 - 2t = 0$$

$$t(t^2 + t - 2) = 0$$

$$t(t+2)(t-1) = 0$$

$$t_1 = 0$$

$$\log_3 x_1 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$\log_3 x = 2$$

$$x_2 = \frac{1}{9}$$

$$\log_3 x = -1$$

$$x_3 = \frac{1}{3}$$

$$t_2 = -2$$

$$t_3 = +1$$

531.h)

$$531. h.) \quad \log 2 + \log(4^{x-2} + 9) = 1 + \log(2^{x-2} + 1)$$

$$\log 2 \cdot (4^{x-2} + 9) = \log 10 + \log(2^{x-2} + 1)$$

$$\log 2 \cdot (2^{2x-4} + 9) = \log 10 \cdot (2^x \cdot 2^{-2} + 1)$$

$$2^{2x} \cdot 2^{-3} + 18 = 2^x \cdot \frac{10}{4} + 10 \quad | \cdot 8$$

$$2^{2x} + 144 = 2^x \cdot 20 + 80$$

$$(2^x)^2 - 20 \cdot 2^x + 64 = 0 \quad 2^x = t$$

$$t^2 - 20t + 64 = 0$$

$$2^x = 16 \quad 2^x = 4$$

$$t_{1/2} = \frac{+20 \pm 12}{2}$$

$$t_1 = \frac{32}{2} = 16$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = 2$$

$$t_2 = \frac{8}{2} = 4$$

532.d)

$$532. d.) \quad \log_5(x-2) + \log_5(x^3-2) + \log_{0.2}(x-2) = 4, \quad (x > 2)$$

$$\log_5(x-2) + \log_5(x^3-2)^2 + \log_{5^{-1}}(x-2) = 4$$

$$\log_5(x-2)(x^3-2)^2 + (-\log_5(x-2)) = 4$$

$$\log_5 \frac{(x-2)(x^3-2)^2}{x-2} = 4$$

$$(x^3-2)^2 = 5^4 \quad | \sqrt{\quad}$$

mindkeret oldal
pozitív

$$x^3 - 2 = 25$$

$$x^3 = 27$$

$$x = 3$$

További feladatok gyakorlásra:

527.e)

528.d)

529.a)

530.a)

531.e) Ennek a részletes megoldását kérem fényképen a pala@tippnet.rs címre. **Határidő: péntek 9:00.**

532.c)