

XVI. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY

Zenta, 2018. december 1.

6. évfolyam

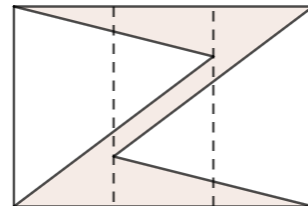
1. 9 papírlap közül néhányat 10 részre vágtak szét, majd az így kapott részek közül néhányat ismét 10 részre vágtak szét, és így tovább. Lehetséges-e, hogy ezt néhányszor megismételve 20181201 papírdarabot kapjunk?

2. Alkottunk egy végtelen hosszúságú számsorozatot úgy, hogy a páros számokat egymás után írjuk: 2468101214...

a) Melyik a 2018. számjegy, az így kapott sorozatban?

b) Hány 2-es számjegy szerepel a sorozat első 2018 számjegyei között?

3. Gergő egy téglalap alakú papírlap hosszabb oldalát két párhuzamos szakasszal 3 egyenlő részre osztotta. Ezután egy nagy Z betűt rajzolt az ábrán látható módon, majd azután azt kivágta a téglalap alakú papírból. (A két „töréspont” a szaggatott szakaszokra illeszkedik.) A Z területe hányad része a téglalap területének?



4. Boldizsár az $1 \times 1 \times 2$ cm élű kis téglatestekből, egy $14 \times 14 \times 28$ cm élű nagy téglatestet ragasztott össze.

a) Legkevesebb hány kis téglatestet kell a nagy téglatestre ráragasztania úgy, hogy az így létrejövő test felszíne 2018 cm^2 legyen?

b) Legkevesebb hány kis téglatestet ragasztott így egymáshoz összesen?

(A kis téglatesteket egy teljes lapjukkal kell egymáshoz ragasztania, úgy hogy két kis téglatest egy-egy teljes lapjukkal illeszkedjen egymáshoz.)

A feladatok kidolgozására 120 perc áll rendelkezésre.

Jó munkát!

XVI. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY MEGOLDÁSOK – 6. évfolyam

1. 9 papírlap közül néhányat 10 részre vágtak szét, majd az így kapott részek közül néhányat ismét 10 részre vágtak szét, és így tovább. Lehetséges-e, hogy ezt néhányszor megismételve 20181201 papírdarabot kapjunk?

Megoldás: Nem lehetséges. A papírlapok száma minden lépésben 9-cel osztható. 20181201 pedig nem osztható 9-cel.

2. Alkottunk egy végtelen hosszúságú számsorozatot úgy, hogy a páros számokat egymás után írtuk: 2468101214...

a) Melyik a 2018. számjegy, az így kapott sorozatban?

b) Hány 2-es számjegy szerepel a sorozat első 2018 számjegyei között?

Megoldás:

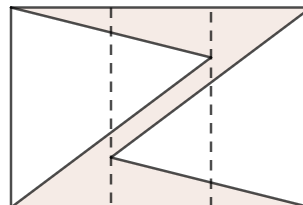
a) A számsorozatban 4 egyjegyű, 45 kétjegyű, 450 háromjegyű, és 4500 négyjegyű szám van. Ez alapján

$$2018 = 4 \cdot 1 + 2 \cdot 45 + 3 \cdot 450 + 4 \cdot 143 + 2.$$

A számsorozat 2018. eleme tehát, a 144. négyjegyű szám (1286) második számjegye, azaz 2.

b) A 4 egyjegyű szám között 1 darab, a 45 kétjegyű szám között $9 \cdot 1 + 5 = 14$ darab, a 450 háromjegyű szám között $9 \cdot 10 + 9 \cdot 5 + 50 = 185$ darab, valamint a 144 darab négyjegyű szám között $2 \cdot 15 + 44 = 74$ darab 2-es található. Így a sorozat első 2018 számjegye között összesen 274 darab 2-es található.

3. Gergő egy téglalap alakú papírlap hosszabb oldalát két párhuzamos szakasszal 3 egyenlő részre osztotta. Ezután egy nagy Z betűt rajzolt az ábrán látható módon, majd azután azt kivágta a téglalap alakú papírból. (A két „töréspont” a szaggatott szakaszokra illeszkedik.) A Z területe hányad része a téglalap területének?



Megoldás: Nevezzük el a téglalap hosszabb oldalát a -nak, rövidebb oldalát pedig b -nek. Ekkor az ábrán levő háromszögek b oldalra mért magassága $\frac{2}{3}a$. Tehát Z területe

$$T_Z = ab - 2 \left(\frac{\frac{2}{3}ab}{2} \right) = \frac{1}{3}ab,$$

azaz Z területe a téglalap harmadrésze.

4. Boldizsár az $1 \times 1 \times 2$ cm élű kis téglatestekből, egy $14 \times 14 \times 28$ cm élű nagy téglatestet ragasztott össze.

a) Legkevesebb hány kis téglatestet kell a nagy téglatestre ráragasztania úgy, hogy az így létrejövő test felszíne 2018 cm^2 legyen?

b) Legkevesebb hány kis téglatestet ragasztott így egymáshoz összesen?

(A kis téglatesteket egy teljes lapjukkal kell egymáshoz ragasztania, úgy hogy két kis téglatest egy-egy teljes lapjukkal illeszkedjen egymáshoz.)

Megoldás: A nagy téglatest felszíne $2 \cdot 14 \cdot 14 + 4 \cdot 14 \cdot 28 = 1960 \text{ cm}^2$, tehát még 58 cm^2 -nyi felületet kell ráragasztani.

a) Egy kis téglatest ráragasztásával 6 , avagy 8 cm^2 -nyi felülettel bővíti a nagy téglatestet. Legkevesebb 8 kis téglatestet kell hozzáragasztania úgy, hogy 5 darab 8 cm^2 -rel (az 1×1 -es lapjánál ragasztja oda), 3 darab pedig 6 cm^2 -rel (az 1×2 -es lapjánál ragasztja oda) bővítse a nagy téglatest felületét.

b) Összesen

$$2 \cdot 14 \cdot 14 + 4 \cdot 13 \cdot 12 + 8 = 1024$$

kis téglatestet ragasztott így össze, mivel a nagy téglatest lehet üreges.