



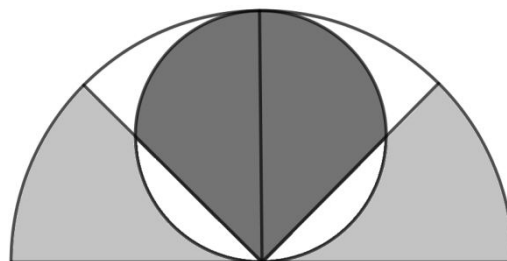
XVI. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY

Zenta, 2018. december 1.

8. évfolyam

1. Két barát a következő játékot játsza: felváltva mondanak egy-egy számot az 1, 2, 3 és 4 közül, majd összeadják az elhangzott számokat. Az a játékos nyer, akinél az összeg eléri a 23-at. Melyik játékosnak van nyerő stratégiája?

2. Egy félkörbe kört rajzoltunk, majd meghúztuk a szögfelezőket az ábrán látható módon. Határozd meg a halványszürke terület nagyságát, ha ismert, hogy a sötétszürke terület nagysága 150 cm^2 .



3. Határozd meg az összes olyan \overline{abcd} négyjegyű számot, amelyre érvényes, hogy $\overline{abcd} + 3\overline{bcd} + \overline{cd} + d = 2018$.

4. Egy osztály zöld hétvégét tartott. Szombaton minden lány 70 cm^2 -en és minden fiú 55 cm^2 -en szedte össze a szemetet a szomszédos erdőben, de ha csak a fiúk dolgoztak volna, akkor mindannyiuknak $X \text{ cm}^2$ -t kellett volna megtisztítaniuk. Vasárnap minden lány 45 cm^2 -t és minden fiú 60 cm^2 -t tisztított meg, de ha csak a lányok dolgoztak volna, akkor mindannyiuknak $X \text{ cm}^2$ -en kellett volna összeszedni a szemetet. Határozd meg az X értékét!

A feladatok kidolgozására 120 perc áll rendelkezésre.

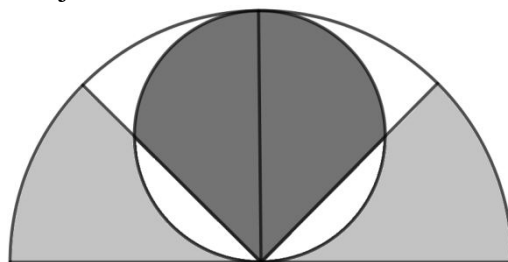
Jó munkát!

MEGOLDÁSOK – 8. évfolyam

1. Két barát a következő játékot játsza: felváltva mondanak egy-egy számot az 1, 2, 3 és 4 közül, majd összeadják az elhangzott számokat. Az a játékos nyer, akinél az összeg eléri a 23-at. Melyik játékosnak van nyerő stratégiája?

Megoldás: A választható számok közül a legkisebb és legnagyobb összege 5, így a játékosok el tudják érni, hogy minden kör után öttel növekedjen az összeg. Az első játékos a hármas számmal kezd, majd mindig azt a számot mondja, amelyet a második játékos számához adva az összeg öt lesz. Ekkor az első játékos számai után az összeg 3, 8, 13, 18, majd 23 lesz. Így megnyeri a játékot.

2. Egy félkörbe kört rajzoltunk, majd meghúztuk a szögfelezőket az ábrán látható módon. Határozd meg a halványszürke terület nagyságát, ha ismert, hogy a sötétszürke terület nagysága 150 cm^2 .



Megoldás: Legyen a kör sugara r , ekkor a félköré $2r$. A fehér körszelet területét jelöljük T -vel. A sötét rész nagysága felírható $r^2\pi - 2T$ alakban, a halványé pedig mint $2 \frac{(2r)^2 \pi}{8} - 2T = r^2\pi - 2T$. Vagyis a világos rész területe megegyezik a sötét területével, azaz 150 cm^2 .

3. Határozd meg az összes olyan \overline{abcd} négyjegyű számot, amelyre érvényes:

$$\overline{abcd} + 3\overline{bcd} + \overline{cd} + d = 2018.$$

Megoldás: Az $\overline{abcd} + 3\overline{bcd} + \overline{cd} + d = 2018$ egyenlőség felírható

$$1000a + 400b + 50c + 6d = 2018$$

alakban. Innen következik, hogy a csak 1 illetve 2 lehet.

Ha $a = 1$, akkor $400b + 50c + 6d = 1018$. Innen következik $b = 2$, mert minden más b esetén túl nagy, illetve túl kicsi lenne az összeg. Az $50c + 6d = 218$ összefüggésből egyértelműen következik, hogy $c = 4$ és $d = 3$.

Ha $a = 2$, akkor $400b + 50c + 6d = 18$. Innen következik, hogy $b = c = 0$ és $d = 3$.

Tehát két ilyen szám létezik az 1243 és a 2003.

4. Egy osztály zöld hétvégét tartott. Szombaton minden lány 70 cm^2 -en és minden fiú 55 cm^2 -en szedte össze a szemetet a szomszédos erdőben, de ha csak a fiúk dolgoztak volna, akkor mindannyiuknak $X \text{ cm}^2$ -t kellett volna megtisztítaniuk. Vasárnap minden lány 45 cm^2 -t és minden fiú 60 cm^2 -t tisztított meg, de ha csak a lányok dolgoztak volna, akkor mindannyiuknak $X \text{ cm}^2$ -en kellett volna összeszedni a szemetet. Határozd meg az X értékét!

Megoldás: Jelölje l a lányok számát és f a fiúk számát. Szombatra felírható a

$$70l + 55f = X \cdot l$$

egyenlet, vasárnapra pedig a

$$45l + 60f = X \cdot f$$

egyenlet. A két egyenlet összeadásából adódik, hogy $115l + 115f = X \cdot l + X \cdot f$.

Kiemelés után: $115(l + f) = X \cdot (l + f)$, az X értéke tehát 115.