

XIX. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY

Zenta, 2021. december 4.

5. évfolyam

1. Hogyan lehet egy négyzetet 10 kisebb négyzetre darabolni? Keress 3 különböző megoldást!

2. Egy 15 számjegyből álló számra a következő állítások igazak:

a) Bármely négy szomszédos számjegy összege 15.

b) Az összes számjegy összege 58.

c) A második számjegy 3-as, a 13. számjegy 4-es.

Írd fel a 15-jegyű számot!

3. Egy számokból álló sorozat következő elemét úgy kapjuk, hogy ha az előtte levő elem páratlan, akkor hozzáadunk ötöt, ha pedig páros, akkor elosztjuk kettővel.

a) Ha a sorozat első eleme a 7, akkor sorold fel a sorozat első 10 elemét!

b) Mi lesz a sorozat 2021. eleme?

4. Egy 5 literes és egy 8 literes edény segítségével hogyan lehet kimérni pontosan 1 liter vizet? (A méréshez rendelkezésünkre áll sok víz. Az edényeken nincs semmilyen beosztás, és az alakjuk is szabálytalan. Az edényeken kívül más mérőeszköz nem használható.)

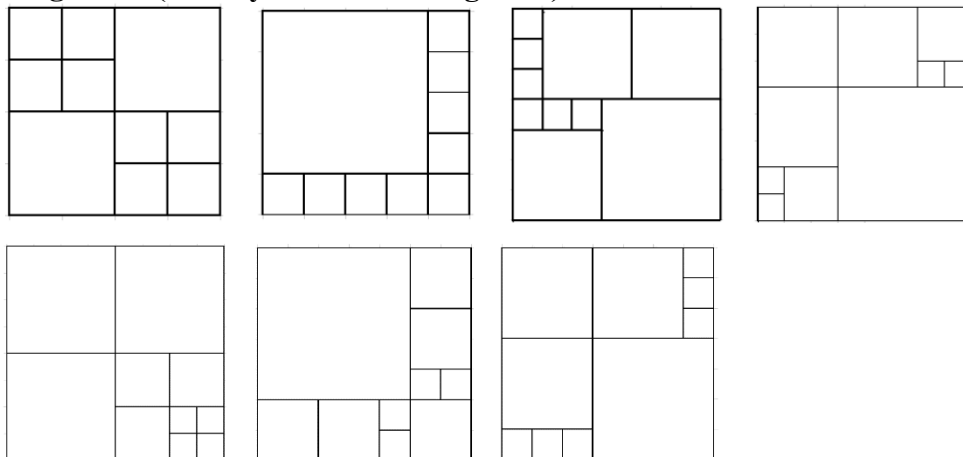
A feladatok kidolgozására 120 perc áll rendelkezésre.

Jó munkát!

XIX. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY FELADATAINAK MEGOLDÁSAI – 5. évfolyam

1. Hogyan lehet egy négyzetet 10 kisebb négyzetre darabolni? Keress 3 különböző megoldást!

Megoldás: (néhány különböző megoldás)



2. Egy 15 számjegyből álló számra a következő állítások igazak:

a) Bármely négy szomszédos számjegy összege 15.

b) Az összes számjegy összege 58.

c) A második számjegy 3-as, a 13. számjegy 4-es.

Írd fel a 15-jegyű számot!

Megoldás: Ha bármely 4 szomszédos számjegy összege 15, akkor, ha az első négy számjegy $abcd$, akkor a következőnek a -nak kell lenni (mert a $b+c+d$ -t ez egészíti ki 15-re), és a folytatásban ugyanezen az elven a számjegyek ismétlődni fognak.

Tehát a szám alakja: $abcdabcdabcdabc$.

Mivel az $abcd$ számjegyek összege 15, ezért az abc számjegyek összege $58 - 3 \cdot 15 = 13$, így $d = 2$.

A c) feltételből $b = 3$ és $a = 4$, tehát a még hiányzó számjegy $c = 6$.

Így a 15-jegyű szám a: **436243624362436**.

3. Egy számokból álló sorozat következő elemét úgy kapjuk, hogy ha az előtte levő elem páratlan, akkor hozzáadunk ötöt, ha pedig páros, akkor elosztjuk kettővel.

a) Ha a sorozat első eleme a 7, akkor sorold fel a sorozat első 10 elemét!

b) Mi lesz a sorozat 2021. eleme?

Megoldás:

Ha az első elem a 7, amely páratlan, akkor a 2. elem a 12, majd a 3. a 6, és így tovább...

a) 7, 12, 6, 3, 8, 4, 2, 1, 6, 3.

b) A nyolcadik elemtől hatosával ismétlődnek a számok. Így a 2021. tagja a sorozatnak a 8 szám lesz, hiszen, ha az első két elemet elvesszük, akkor az ismétlődő elemeknél a 2019. számot keressük. $2019 : 6 = 336$, és a maradék 3.

4. Egy 5 literes és egy 8 literes edény segítségével hogyan lehet kimérni pontosan 1 liter vizet? (A méréshez rendelkezésünkre áll sok víz. Az edényeken nincs semmilyen beosztás, és az alakjuk is szabálytalan. Az edényeken kívül más mérőeszköz nem használható.)

Megoldás: Öntsük tele a 8 literes edényt, majd öntsük tele ezzel a vízzel az 5 literest, amit utána ürítsünk ki. Ekkor a 8 literes edényben marad 3 liter víz. Ezt öntsük át az 5 literesbe, töltsük tele újra a 8 literest, és töltsük tele belőle az 5 literest (2 litert öntünk bele). Így a 8 literes edényben 6 liter víz marad. Az 5 literest ürítsük ki, majd töltsük tele a 8 literesből, így a 8 literes edényben 1 liter víz marad. A táblázat mutatja, hogy az egyes lépések után melyik edényben mennyi víz van.

| | | | | | | | | | |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 literes | 0 | 0 | 5 | 0 | 3 | 3 | 5 | 0 | 5 |
| 8 literes | 0 | 8 | 3 | 3 | 0 | 8 | 6 | 6 | 1 |