

XV. Fekete Mihály Emlékverseny

Első levelező forduló

11. évfolyam

1. Az ABC hegyesszögű háromszög C -ből induló magasságának talppontja T . Legyen e az $ACT\angle$, f pedig a $BTC\angle$ (szögek) szögfelezője. Az ABC háromszög A -ból induló szögfelezője e egyenest P pontban, f egyenest R pontban, B -ből induló szögfelezője e egyenest S pontban, f egyenest Q pontban metszi. Bizonyítsd be, hogy $PQRS$ húrnégyszög!

2. Ha az α és β szögekre érvényes, hogy $3\sin^2\alpha + 2\sin^2\beta = 1$ és $3\sin 2\alpha - 2\sin 2\beta = 0$, miközben $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, igazold, hogy $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{2}$.

3. Igazold, hogy $4^{2n} - 3^{2n} - 7$ kifejezés osztható ötvenhattal minden n természetes számra!

4. Oldd meg a valós számok halmazán a $2 \cdot \log_{\frac{1}{2}}\left(4^{\sqrt{x^2-1}} - 1\right) - \log_{\frac{1}{2}}\left(4^{\sqrt{x^2-1}} + \frac{1}{2}\right) \geq -1$ egyenlőtlenséget!

Sikeres munkát kívánunk!

Az Első levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2017. október 9.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

Minden feladat megoldását külön A4-es formátumú lapon kérjük beadni a név és évfolyam feltüntetésével. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat:

Versenyző neve: _____

Versenyző e-mail címe: _____

Versenyző évfolyama: _____

Versenyző telefonszáma: _____

Versenyző iskolájának neve: _____

Versenyző iskolájának székhelye: _____

Felkészítő tanár neve: _____

Felkészítő tanár telefonszáma: _____

Felkészítő tanár e-mail címe: _____

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/>

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium

L e v e l e z ő v e r s e n y

24400 Zenta

Posta utca 18.