

XV. Fekete Mihály Emlékverseny

Első levelező forduló

12. évfolyam

1. Adott a $p(x) = x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ valós együtthatójú polinom, amelyre érvényes, hogy $p(1) = 3$. Bizonyítsd be, hogy ennek a polinomnak a négy nullahelye nem lehet négy különböző egész szám!

2. Adott az egyenlőszárú $ABC\Delta$, a BC alappal, valamint a P pont a háromszög belső tartományában. Legyen továbbá adott a k körvonal, amely tartalmazza a P pontot, valamint érinti a háromszög AB oldalát a B pontban. Jelöljük Q -val azt a pontot amelyben az AP egyenes másodszor metszi a k körvonalat. Bizonyítsd be, hogy $APC\Delta \approx ACQ\Delta$!

3. Számológép használata nélkül állapítsd meg, hogy melyik szám a nagyobb:

$$\left(\log_{10}\left(5 + \sqrt{35}\right)\right)^2 \text{ vagy } \log_{10}\left(6 + \sqrt{35}\right) ?$$

4. Egy iskolában, amelynek 1001 tanulója van, asztalitenisz-bajnokságot szerveznek. Minden körben kettes csoportokat alkotnak és aki a csoporton belül győz, az továbbjut a következő körbe. Ha valamely körben páratlan számú diák van, akkor egy véletlenszerűen kiválasztott tanuló lejátszott mérkőzés nélkül jut a következő körbe. A bajnokság akkor ér véget, ha valamely kör után egy tanuló marad.

a) Hány mérkőzést játszottak le?

b) Hány lejátszott mérkőzés lenne n tanuló esetében?

Sikeres munkát kívánunk!

Az Első levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2017. október 9.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

Minden feladat megoldását külön A4-es formátumú lapon kérjük beadni a név és évfolyam feltüntetésével. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat:

Versenyző neve: _____

Versenyző e-mail címe: _____

Versenyző évfolyama: _____

Versenyző telefonszáma: _____

Versenyző iskolájának neve: _____

Versenyző iskolájának székhelye: _____

Felkészítő tanár neve: _____

Felkészítő tanár telefonszáma: _____

Felkészítő tanár e-mail címe: _____

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/>

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium

L e v e l e z ő v e r s e n y

24400 Zenta
Posta utca 18.