

XV. Fekete Mihály Emlékverseny

Második levelező forduló

12. évfolyam

1. Léteznek-e olyan x, y, z egész számok, amelyekre igaz, hogy $x^2 + y^2 + 4z^2 = 1000003$?
2. Adott a hegyesszögű $ABC\Delta$. Legyenek a B_0 és C_0 pontok a háromszög B és C csúcsából húzott magasságvonalak talppontjai, valamint a H pont a háromszög magasságpontja. Bizonyítsd be, hogy $AH > B_0C_0$!
3. Léteznek-e olyan A és B véges halmazok, amelyekre igaz, hogy $P(A\Delta B) = P(A)\Delta P(B)$?
(Az $A\Delta B$ kifejezés az A és B halmazok szimmetrikus különbségét jelöli, azaz $A\Delta B = A \setminus B \cup B \setminus A$.)
4. Bizonyítsd be, hogy legalább három betűre van szükség egy olyan végtelen sorozat előállításához, amelyre igaz, hogy bármely két szomszédos, azonos hosszúságú részsorozata különböző!
Részsorozat alatt a sorozat néhány egymást követő elemét értjük. Két részsorozat szomszédos, ha az első részsorozat utolsó eleme valamint a második részsorozat első eleme az eredeti sorozat egymást követő elemei.

Sikeres munkát kívánunk!

A Második levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2017. november 7.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

Minden feladat megoldását külön A4-es formátumú lapon kérjük beadni a név és évfolyam feltüntetésével. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat:

Versenyző neve: _____

Versenyző e-mail címe: _____

Versenyző évfolyama: _____

Versenyző telefonszáma: _____

Versenyző iskolájának neve: _____

Versenyző iskolájának székhelye: _____

Felkészítő tanár neve: _____

Felkészítő tanár telefonszáma: _____

Felkészítő tanár e-mail címe: _____

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/>

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium

L e v e l e z ő v e r s e n y

24400 Zenta

Posta utca 18.