

XXIII. Fekete Mihály Emlékverseny

Második levelező forduló

10. évfolyam

1. Egy kerek asztalnál hazugok és igazmondók ülnek, összesen 30-an. Tudjuk, hogy minden hazudós két szomszédja közül pontosan az egyik hazudós. A 30 ember közül 12-en azt mondják, hogy nekik pontosan egy hazudós szomszédjuk van, a többiek pedig azt, hogy mindkét szomszédjuk hazudós. Hány hazudós ül az asztalnál?

2. Mely x, y pozitív számokra teljesül a következő egyenlet?

$$x^2 + y^2 + x + y = 2\sqrt{x^3 + y^3 + x^2y^2 + xy}$$

3. Egy háromszög belsejébe helyezzünk el három olyan kört, amelyek érintik a háromszög két-két oldalát, továbbá kívülről érintik a háromszög beírt körét. Bizonyítsuk be, hogy e három kör sugarának összege nem kisebb a beírt kör sugaránál.

4. Hány olyan 11-gyel osztható szám van, amely mind a tíz számjegyet (0-tól 9-ig) pontosan egyszer tartalmazza?

Sikeres munkát kívánunk!

A második levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2025. november 7.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

A feladatok megoldásait A4-es formátumú lapon kérjük beadni. Nem szükséges minden feladatot új lapon kezdeni, viszont minden beadott lapon fel kell tüntetni a nevet és az évfolyamot. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat: a versenyző neve, évfolyama, e-mail címe, telefonszáma, iskolájának neve és székhelye, a felkészítő tanár neve, telefonszáma és e-mail címe. A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/> illetve a **Bolyai Gimnázium honlapján**: <http://www.bolyai-zenta.edu.rs>

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium
L e v e l e z ő v e r s e n y
24400 Zenta, Posta utca 18.