

XXII. Fekete Mihály Emlékverseny

Második levelező forduló

10. évfolyam

1. Határozd meg annak a legkisebb négyzetnek a területét, mely egy 2024 mm oldalhosszúságú négyzetbe írható be.

2. Bizonyítsd be, hogy igaz az alábbi egyenlőség:

$$32\left(\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}\right)^3 - 31\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)^3 + 7\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right) = 2024.$$

3. Legyenek az a és b egy derékszögű háromszög befogói valamint c az átfogója. Bizonyítsd be, hogy igaz az megadott egyenlőtlenség:

$$\left(1 + \frac{c}{a}\right)\left(1 + \frac{c}{b}\right) \geq 3 + 2\sqrt{2}.$$

4. Az ABC háromszög AC és BC szárain vegyük fel rendre az M és N pontokat, úgy hogy $|AM|:|MC|=1:m$ és $|BM|:|NC|=1:n$ arányok érvényesek legyenek. Határozd meg az $m, n \in \mathbb{N}$ melyekre teljesül, hogy $P_{ABC} : P_{MNC} = 2:1$.

Sikeres munkát kívánunk!

A második levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2024. november 1.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

A feladatok megoldásait A4-es formátumú lapon kérjük beadni. Nem szükséges minden feladatot új lapon kezdeni, viszont minden beadott lapon fel kell tüntetni a nevet és az évfolyamot. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólappba kell beletenni. A borítólappra kérjük ráírni a következő adatokat: a versenyző neve, évfolyama, e-mail címe, telefonszáma, iskolájának neve és székhelye, a felkészítő tanár neve, telefonszáma és e-mail címe.

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/> illetve a **Bolyai Gimnázium honlapján**: <http://www.bolyai-zenta.edu.rs>

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium
L e v e l e z ő v e r s e n y
24400 Zenta, Posta utca 18.