

XXIV. Fekete Mihály Emlékverseny

Első levelező forduló

12. évfolyam

1. Adott a $p(x) = 3x^5 + ax^4 - 35x^3 + bx^2 + 32x + c$ polinom, amelynek ismert két nullahelye: $x_1 = 1$ és $x_2 = 2$, továbbá tudjuk, hogy a további három nullájának szorzata 2. Határozd meg a polinom nulláit, valamint az a , b és c együtthatók értékét!
2. Egy nullákból és egyesekből álló véges sorozatból úgy képezhetünk részsorozatot, hogy néhány elemet elhagyunk, a megmaradók sorrendjét azonban nem változtatjuk meg. A részsorozatot palindromnak nevezzük, ha visszafelé olvasva ugyanazt kapjuk. Bizonyítsd be, hogy bármely n hosszúságú 0–1 sorozat elejére és végére írhatunk további 0-kat és 1-eket úgy, hogy a kapott sorozat hossza $4n$ legyen, és egyetlen palindrom részsorozata se legyen hosszabb $2n$ -nél!
3. Jelölje T_p a $p, p+1, \dots, 2p-1$ természetes számok legkisebb közös többszörösét. Létezik-e olyan p prímszám, valamint m és n természetes számok, amelyekre $T_p = m^p + n^p$?
4. Legyen n egy 8-nál nagyobb páros pozitív egész szám. Bizonyítsd be, hogy létezik olyan konvex n -szög, melynek minden szöge egyenlő, és amelyet feldarabolhatunk olyan alakzatokra, amelyek mindegyike a következő két típusú alakzat egyike:
 - egy szabályos k -szög, ahol $k < n$;
 - egy lemeztett $A_1A_2A_3$ háromszög valamely $A_1A_2\dots A_l$ szabályos l -szögből, ahol $l < k$.

Sikeres munkát kívánunk!

Az első levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2026. október 16.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

A feladatok megoldásait A4-es formátumú lapon kérjük beadni. Nem szükséges minden feladatot új lapon kezdeni, viszont minden beadott lapon fel kell tüntetni a nevet és az évfolyamot. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat: a versenyző neve, évfolyama, e-mail címe, telefonszáma, iskolájának neve és székhelye, a felkészítő tanár neve, telefonszáma és e-mail címe.

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/> illetve a **Bolyai Gimnázium honlapján**: <http://www.bolyai-zenta.edu.rs>

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium
L e v e l e z ő v e r s e n y
24400 Zenta, Posta utca 18.