

## XXIV. Fekete Mihály Emlékverseny

### Második levelező forduló

#### 12. évfolyam

1. Bizonyítsd be, hogy tetszőleges pozitív valós  $a, b, c$  számok esetén

$$\frac{a^2}{(a+b)(a+c)} + \frac{b^2}{(b+c)(b+a)} + \frac{c^2}{(c+a)(c+b)} \geq \frac{3}{4}.$$

2. Határozd meg az összes olyan  $n$  természetes számot, amelyre  $n \mid 2026^n - 2025^n$ .

3. Ha egy  $f$  síkbeli egybevágósági transzformációra teljesül, hogy  $f = f^{-1}$ , akkor bizonyítsd be, hogy  $f$  identikus transzformáció, tengelyes tükrözés vagy középpontos tükrözés!

4. Egy futó egy  $13 \times 13$ -as sakktábla bal alsó sarokmezőjén áll. A futó minden lépésben pontosan egy mezőt haladhat átlósan, jobbra felfelé vagy jobbra lefelé, és nem hagyhatja el a táblát. Hány különböző módon juthat el a jobb alsó sarokmezőre?

#### Sikeres munkát kívánunk!

A második levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2026. november 6.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

A feladatok megoldásait A4-es formátumú lapon kérjük beadni. Nem szükséges minden feladatot új lapon kezdeni, viszont minden beadott lapon fel kell tüntetni a nevet és az évfolyamot. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat: a versenyző neve, évfolyama, e-mail címe, telefonszáma, iskolájának neve és székhelye, a felkészítő tanár neve, telefonszáma és e-mail címe.

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/> illetve a **Bolyai Gimnázium honlapján**: <http://www.bolyai-zenta.edu.rs>

**Postacím:** Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium  
**L e v e l e z ő v e r s e n y**  
24400 Zenta, Posta utca 18.