

# XX. Fekete Mihály Emlékverseny

## Első levelező forduló

### 12. évfolyam

1. Az  $n \geq 3$  természetes számtól függően oldd meg a következő egyenletrendszert a  $\{0,1\}$  halmaz felett:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} + x_n &= x_1 \\ x_n + x_1 &= x_2.\end{aligned}$$

2. Adott 33 láda. A ládákban piros, kék, sárga, zöld és lila golyók vannak. Bizonyítsd be, hogy van két olyan láda, amelyekben összesen bármelyik színű golyóból páros számú van.

3. Adott a hegyesszögű  $ABC_\Delta$ . Legyen a  $D$  pont az  $AB$  oldal egy tetszőleges pontja. Legyen a  $P$  és  $Q$  pont rendre az  $ACD_\Delta$  és  $BCD_\Delta$  köré írható körének középpontja. Bizonyítsd be:  $ABC_\Delta \sim PQD_\Delta$ .

4. Határozd meg az összes olyan tízjegyű  $\overline{a_0 a_1 \dots a_9}$  természetes számot, amelyben  $a_i$ ,  $0 \leq i \leq 9$ , azt jelöli, hogy hányszor szerepel a megadott számban az  $i$  számjegy.

**Sikeres munkát kívánunk!**

Az Első levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2022. október 14.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

Minden feladat megoldását külön A4-es formátumú lapon kérjük beadni a név és évfolyam feltüntetésével. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat:

Versenyző neve: \_\_\_\_\_  
Versenyző e-mail címe: \_\_\_\_\_  
Versenyző évfolyama: \_\_\_\_\_  
Versenyző telefonszáma: \_\_\_\_\_  
Versenyző iskolájának neve: \_\_\_\_\_  
Versenyző iskolájának székhelye: \_\_\_\_\_  
Felkészítő tanár neve: \_\_\_\_\_  
Felkészítő tanár telefonszáma: \_\_\_\_\_  
Felkészítő tanár e-mail címe: \_\_\_\_\_

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/> illetve a **Bolyai Gimnázium honlapján** <http://www.bolyai-zenta.edu.rs>

**Postacím:** Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium  
24400 Zenta, Posta utca 18.